

## مقایسه انواع مختلف تابع‌های مفصل تاکی شکل در محاسبه حق بیمه شاخص آب و هوایی و تعیین غرامت پلکانی جو دیم شهرستان اهر

اسماعیل پیش‌بهار، سحر عابدی<sup>۱</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۴/۹

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۹/۲۸

### چکیده

طرح سنتی بیمه محصولات کشاورزی به دلیل چالش اطلاعات نامتقارن، هزینه‌های اجرایی زیادی دارد. از سویی وابستگی بیش از حد بخش کشاورزی، به ویژه تولیدات دیم، به عامل‌های طبیعی و تاثیرپذیری از تغییرات آب و هوایی، سیاست‌گذاران را به اتخاذ روش‌های نوین مدیریت ریسک وادار می‌سازد. بیمه شاخص آب و هوا یکی از این روش‌هاست که در بسیاری از کشورهای در حال توسعه اجرا شده و نتایج رضایت بخشی داشته است. در این پژوهش سعی شده بیمه شاخص آب و هوا برای جو دیم شهرستان اهر با استفاده از جدیدترین روش محاسبه ساختار وابستگی، یعنی انواع «تابع مفصل تاکی شکل»، طراحی شود. داده‌های مورد نیاز برای عملکرد و متغیرهای آب و هوایی به ترتیب از سازمان‌های جهاد کشاورزی و هواشناسی استان آذربایجان شرقی در سال‌های ۹۳-۱۳۷۴ گردآوری شد. با توجه به نتایج آزمون‌های وونگ و کلارک الگوی R-vine برای تبیین تابع «توزیع توأم» عملکرد و متغیرهای آب و هوایی انتخاب و در نهایت خسارت مورد انتظار، حق بیمه و غرامت پرداختی پلکانی محاسبه شد. حق بیمه محاسبه شده در سطح پوشش ۸۰ درصد ۲۷۰۳۴۸ ریال به دست آمد که از حق بیمه طرح سنتی کمتر و منطقی‌تر است. نتایج طراحی تابع غرامت نیز نشان داد، به ازای واحدهای مشخص کاهش در بارش تجمعی، کاهش عملکرد خطی و ثابت نیست و استفاده از روش پلکانی در پرداخت غرامت می‌تواند نتایج قابل اعتمادتری ارائه نماید.

طبقه‌بندی JEL : G22, J65, N55, O13, Q10

واژگان کلیدی: بیمه شاخص آب و هوا، مفصل تاکی شکل، غرامت پلکانی، جو دیم، اهر.

<sup>۱</sup> به ترتیب دانشیار (نویسنده مسئول) و دانش‌آموخته کارشناسی ارشد گروه اقتصاد کشاورزی، دانشگاه تبریز

## مقدمه

وابستگی بخش کشاورزی به طبیعت باعث شده است که تغییرات آب و هوایی بتواند به طور شایان توجهی بر بهره‌وری تولیدات کشاورزی به‌ویژه محصولات دیم تأثیر بگذارد. برپایه گزارش فائو (۲۰۱۱) نزدیک به ۷۰ درصد ریسک و تهدید بخش کشاورزی ناشی از بلایای طبیعی می‌باشد. به طوری که تغییرات شدید آب و هوایی بر عملکرد محصول و در نتیجه درآمد کشاورزان تأثیر می‌گذارد. این مسئله منجر به پیچیدگی در تصمیم‌گیری به تولیدات کوتاه‌مدت و برنامه‌ریزی بلندمدت می‌شود و یکی از بزرگترین نگرانی‌های سیاست‌گذاران بخش کشاورزی می‌باشد (عزیزنصیری<sup>۱</sup>، ۲۰۱۱). در چنین شرایطی تولیدکنندگان بخش کشاورزی خواستار ارائه روش‌های مناسب مدیریت ریسک در برابر تغییرات شدید آب و هوایی هستند (بوکوشوا<sup>۲</sup>، ۲۰۱۰). برای رویارویی با ریسک آب و هوایی روش‌های متعددی وجود دارد که یکی از مهم‌ترین آن‌ها برنامه‌های بیمه می‌باشد. بیمه یک سازوکار مناسب برای ایجاد ثبات در درآمد تولیدکنندگان است، ولی سیستم‌های بیمه سنتی به دلیل وجود اطلاعات نامتقارن<sup>۳</sup> مشکلاتی در اجرا دارند. چنین چالش‌هایی همواره به افزایش نرخ حق بیمه، غرامت پرداختی، انجام ارزیابی دقیق‌تر خسارت به منظور اطمینان از زیر کنترل بودن برنامه‌ها می‌انجامد، بنابراین، بیمه‌گر برای ارزیابی قسمتی از خسارت، ناچار به پذیرفتن هزینه‌های هنگفتی خواهد بود (افقی و همکاران، ۱۳۹۰). به طوری که در کشور در ۱۰ سال اخیر میزان غرامت پرداختی ۴/۶۷ برابر حق بیمه دریافتی بوده و باعث زیان‌ده شدن صندوق بیمه محصولات کشاورزی شده است (صندوق بیمه محصولات کشاورزی، ۱۳۹۴).

جو یکی از قدیمی‌ترین گیاهان زراعی می‌باشد که پس از گندم مقدار سطح زیرکشت آن از دیگر گیاهان در کشور بیشتر است. برپایه گزارش وزارت جهاد کشاورزی (۱۳۹۳)، سطح برداشت جو در کل کشور حدود ۱/۵۱ میلیون هکتار برآورد شده که سهم اراضی دیم ۵۸/۹۲ درصد است. در سال زراعی ۹۱-۱۳۹۰ در زیر بخش زراعت در مجموع ۵/۸ میلیون هکتار از اراضی زراعی کشور تحت پوشش بیمه بوده که از این میزان حدود ۶۴۱۶۶۱ هکتار آن مربوط به جو است. نسبت حق بیمه

---

<sup>1</sup> Aziznasiri

<sup>2</sup> Bokusheva

<sup>3</sup> Asymmetric information

### مقایسه انواع مختلف توابع... ۲۳

دریافتی به غرامت پرداختی در مورد جو در ۵ سال گذشته ۵۳/۲۸ درصد در کشور است در حالی که این نسبت در استان آذربایجان شرقی ۷۰/۳۸ درصد می‌باشد که با سهم ۵/۵۵ درصدی از کل سطح برداشت جو «پنجمین رتبه» را از نظر سطح زیر کشت در کشور به خود اختصاص داده است. از آنجایی که بیش از ۷۰ درصد اراضی کشت جو این استان به صورت دیم می‌باشد، بنابراین، طبیعی است که به شدت تحت تاثیر شرایط آب و هوایی قرار گیرد و غرامت پرداختی زیادی داشته باشد. در میان شهرستان‌های این استان شهرستان اهر یکی از بزرگترین تولیدکنندگان جو دیم با ۲۱/۲۷ درصد سطح زیر کشت و ۲۳/۲۶ درصد تولید استان است که بیش از نیمی از تولیدات جو آن مربوط به زراعت دیم می‌باشد (وزارت جهاد کشاورزی، ۱۳۹۳). از این رو، بررسی و ارزیابی اقتصادی و ارائه راهکارهایی برای مدیریت ریسک جو دیم اهر اهمیت فراوانی دارد.

در سال‌های اخیر توجه خاصی به برنامه بیمه شاخص‌های آب و هوایی<sup>۱</sup> شده است. این برنامه نوین به عنوان یک برنامه کارا در کشورهای در حال توسعه همچون هند، اوکراین، اتیوپی، مالاوی، نیجریه، تانزانیا، تایلند، بنگلادش و سنگال معرفی شده است (بارنت و ماهول<sup>۲</sup>، ۲۰۰۷). همچنین بنابر مطالعات صورت گرفته توسط اسکیز و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۰۱)، وارانگیس و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۰۲)، ژو و همکاران<sup>۵</sup> (۲۰۰۸)، تورووی و بلتاون<sup>۶</sup> (۲۰۰۹) و بوکوشوا (۲۰۱۰) این سیستم بیمه‌ای در کاهش و مدیریت ریسک آب و هوا بسیار مفید بوده و نتایج مطلوبی به همراه داشته است. افزون بر این، بیمه شاخص‌های آب و هوایی می‌تواند مسائل پایه‌ای بیمه‌های سنتی را برطرف سازد. به عبارتی برخلاف بیمه سنتی در این نوع بیمه، حق بیمه و غرامت براساس شاخص‌های آب و هوایی و میزان تاثیر آنها بر خسارت تعیین می‌شود. تکیه بر فاکتورهای خارج از کنترل کشاورزان وجود مسائل مخاطرات اخلاقی را کاهش می‌دهد. پرداخت غرامت منوط به شکست یا بقا محصول نیست، بنابراین، کشاورز حداکثر تلاش خود را برای حفظ محصول به کار می‌گیرد. همچنین بیمه‌گر نیازی به بازدید از مزارع برای اطمینان از وقوع خسارت ندارد و در صورتی اقدام به پرداخت غرامت خواهد

---

<sup>1</sup> Weather based crop insurance scheme

<sup>2</sup> Barnett and Mahul

<sup>3</sup> Skees et al

<sup>4</sup> Varangis et al

<sup>5</sup> Zhu et al

<sup>6</sup> Turvey and Belltawn

کرد که شاخص آب و هوا کمتر یا بیشتر از میزان آستانه باشد (توروی و بلتاون، ۲۰۰۹). با توجه به منافعی که بیمه شاخص محور دارد و حرکت جهانی به سمت این نوع بیمه می‌باشد، انتظار می‌رود که صندوق بیمه محصولات کشاورزی در آینده‌ای نه چندان دور در این مسیر حرکت کند. در مدیریت ریسک آگاهی در مورد ساختار وابستگی بین متغیرها مهم و ضروری است. در بررسی‌های سنتی فرض می‌شد که ساختار وابستگی از یک همبستگی خطی قابل استخراج است. اگرچه این رهیافت در بسیاری از زمینه‌های اقتصادی استفاده شده است. ولی، تنها در صورتی می‌توان به نتایج آن اتکا کرد که توزیع متغیرهای مورد بررسی از یک توزیع نرمال پیروی کند. حال آن‌که بررسی‌های تجربی نشان داده، در دنیای واقعی کمتر متغیری از این توزیع پیروی می‌کند (بوکوشوا، ۲۰۱۰). در کنار آن کارویه و همکاران<sup>۱</sup> (۲۰۰۶) نشان دادند، یک شاخص آب و هوایی به تنهایی نمی‌تواند تغییرات و پراکنش عملکرد محصول را به خوبی توضیح دهد، در نتیجه لازم است بیش از یک شاخص آب و هوایی به کار گرفته شود. در این راستا جستجو برای توزیع‌های چندمتغیره انعطاف‌پذیر مدل‌سازی مفصل (کاپیولا) را در بسیاری از زمینه‌های کاربردی محبوب کرده است (برچمن و شپسمیر<sup>۲</sup>، ۲۰۱۲).

تابع مفصل یک ابزار سودمند و انعطاف‌پذیر در ایجاد توزیع چندمتغیره است که یک گروه از توزیع‌های حاشیه‌ای را به هم وصل می‌کند تا در نهایت یک «توزیع توأم» تولید شود (نلسون<sup>۳</sup>، ۲۰۰۵). اگرچه تابع مفصل در تبیین ساختار وابستگی بهتر از معیارهای دیگر است ولی براساس مطالعات صورت گرفته توسط آس و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۰۹)، برچمن و شپسمیر (۲۰۱۲)، دیبمن و همکاران<sup>۵</sup> (۲۰۱۳) و کازادو و همکاران<sup>۶</sup> (۲۰۱۴)، این توابع نمی‌توانند در ابعاد بیشتر متغیرها موفق عمل کنند. داده‌های چند متغیره معمولاً الگوهای پیچیده‌ای نظیر عدم تقارن و وابستگی در کرانه‌ها را ایجاد می‌کنند که به کارگیری تابع مفصل ساده باعث اعمال یک محدودیت ساختاری در الگو شده و اعتبار نتایج را زیر سوال می‌برد. تعمیم این مدل‌ها به توابع مفصل سلسله مراتبی بهبودهایی

<sup>1</sup> Karuaihe et al

<sup>2</sup> Brechmann and Schepsmeier

<sup>3</sup> Nelsen

<sup>4</sup> Aas et al

<sup>5</sup> Dißmann et al

<sup>6</sup> Czado et al

## مقایسه انواع مختلف توابع... ۲۵

ایجاد می‌کند ولی هم ساختار وابستگی را پیچیده‌تر می‌نماید و هم محدودیت‌هایی مانند محدودیت پارامتری را منجر می‌شود (برچمن و شپسمیر، ۲۰۱۲). لذا، تلاش‌های قابل ملاحظه‌ای در زمینه ایجاد مدل‌های انطاف‌پذیر صورت گرفته است که مفصل‌های تاکی شکل<sup>۱</sup> در زمره بهترین این نوع تلاش‌هاست (کازادو و همکاران، ۲۰۱۴). مفصل‌های تاکی شکل نخستین بار توسط جو<sup>۲</sup> (۱۹۹۶) معرفی شدند و پس از آن بدفورد و کوک<sup>۳</sup> (۲۰۰۱، ۲۰۰۲) و کوروویکا و کوک<sup>۴</sup> (۲۰۰۶) آن‌ها را بسط دادند. مفصل‌های تاکی شکل این امکان را فراهم می‌آورند که ساختار وابستگی جفت متغیرها به درستی تبیین شود، چرا که این توابع امکان لحاظ تقارن و عدم تقارن، شدت وابستگی و وابستگی دمی را فراهم می‌آورد (کازادو و همکاران، ۲۰۱۴). افزون بر موفقیت‌هایی که این مدل‌ها در زمینه مدیریت ریسک مالی داشتند، گودوین<sup>۵</sup> (۲۰۱۲) نشان داد، این مدل‌ها در طراحی قراردادهای بیمه و تبیین ساختار وابستگی نسبت به دیگر روش‌ها قابل اتکاتر هستند. در همین راستا، در داخل کشور نیز پیش‌بهار و همکاران (۱۳۹۴) در محاسبه حق بیمه شاخص آب و هوایی گندم دیم میانه از این رهیافت استفاده کردند و نشان دادند استفاده از این روش در محاسبه خسارت مورد انتظار و حق بیمه نتایج واقعی‌تری را ارائه می‌دهد. با این حال آنان فقط از «مفصل تاکی شکل قابل رسم» در تبیین تابع «توزیع توأم» استفاده نمودند و مقایسه‌ای بین انواع مختلف این مفصل‌ها برای انتخاب بهترین تابع «توزیع توأم» انجام ندادند.

با توجه به ویژگی‌های انعطاف‌پذیر توابع مفصل تاکی شکل و نتایج رضایت‌بخش آن در زمینه مالی و بیمه به نظر می‌رسد به‌کارگیری این رهیافت در تبیین ساختار وابستگی متغیرهای آب و هوایی و عملکرد جو نتایج قابل اعتمادتری را ارائه کند. نکته‌ای که در این زمینه وجود دارد این است که توابع مفصل تاکی شکل انواع مختلفی دارند و در شرایط مختلف بسته به ساختار وابستگی متغیرها باید مناسبترین نوع آن را انتخاب نمود. در نتیجه در تحقیق حاضر سعی شد همه انواع توابع مفصل تاکی شکل برآورد گشته و مناسبترین آن در تعیین خسارت مورد انتظار، تعیین حق بیمه و غرامت

---

<sup>1</sup> Vine copulas

<sup>2</sup> Joe

<sup>3</sup> Bedford and Cooke

<sup>4</sup> Kurowicka and Cooke

<sup>5</sup> Goodwin

قابل پرداخت بیمه شاخص آب و هوای جو دیم انتخاب گردد. امید است نتایج این مطالعه راهنمای خوبی برای سیاست‌گذاران بیمه محصولات کشاورزی و پژوهشگران باشد.

### مواد و روش‌ها

از آن‌جا که هدف اصلی این پژوهش تعیین حق بیمه و غرامت قابل پرداخت برای بیمه شاخص آب و هوای جو دیم است، بایستی میزان خسارت مورد انتظار تعیین شود. برای محاسبه خسارت مورد انتظار بر پایه روش‌های آماری نیاز به تعیین ساختار وابستگی میان عملکرد و متغیرهای آب و هوایی است. به عبارتی نیاز به تعریف تابع «توزیع توأم» و شبیه‌سازی متغیرها با توجه به این تابع می‌باشد. بنابراین، در ادامه به تبیین و تعریف تابع «توزیع توأم» با استفاده از توابع مفصل تاکی شکل پرداخته می‌شود.

استفاده از مفصل برای مدلسازی وابستگی چندمتغیره، نخستین بار توسط اسکلا<sup>۱</sup> (۱۹۵۹) پیشنهاد شد. وی نشان داد که مفصل‌ها نه تنها به عنوان یک ابزار برای تبیین رابطه وابستگی مجزا از رفتار حاشیه‌ای در یک توزیع چند متغیره سودمند هستند، بلکه می‌توان از آن‌ها برای رسیدن از تابع‌های توزیع حاشیه‌ای، به تابع «توزیع توأم» نیز استفاده کرد (باستیانین<sup>۲</sup>، ۲۰۰۹). یک تابع مفصل  $C$  در واقع یک تابع چندمتغیره در فاصله بسته  $[0,1]^n$  با توزیع‌های حاشیه‌ای یکنواخت  $U(0,1)$  است که با در نظر گرفتن تابع «توزیع توأم»  $F$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C(u_1, \dots, u_n) = F(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_n^{-1}(u_n)) \quad (1)$$

به طور مشابه با داشتن یک تابع مفصل می‌توان یک تابع «توزیع توأم»  $n$  بعدی را با توابع توزیع حاشیه‌ای  $F_1, \dots, F_n$  به صورت زیر تعریف نمود:

$$F(X_1, \dots, X_d) = C(F_1(X_1), \dots, F_d(X_d)) \quad (2)$$

به ترتیب با مشتق‌گیری از رابطه (۱) و (۲) می‌توان توابع چگالی مفصل یا  $C$  و چگالی توأم  $f$  را با توابع چگالی حاشیه‌ای  $f_i$ ، به صورت روابط (۳) و (۴) بیان کرد. لازم به ذکر است که توابع توزیع حاشیه‌ای  $F_i$  و  $f_i$  از توزیع یکنواخت  $U(0,1) \sim$  تبعیت می‌کنند و معادل  $u_i$  می‌باشند.

<sup>1</sup> Sklar

<sup>2</sup> Bastianin

## مقایسه انواع مختلف توابع... ۲۷

$$c(u_1, \dots, u_n) = \frac{\partial^n C(u_1, \dots, u_n)}{\partial u_1 \dots \partial u_n} = \frac{f(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_n^{-1}(u_n))}{\prod_{i=1}^n f_i(F_i^{-1}(u_i))} \quad (۳)$$

$$f(x_1, \dots, x_n) = c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \prod_{i=1}^n f_i(x_i) \quad (۴)$$

شمار شایان توجهی تابع مفصل در ادبیات موضوع وجود دارد که در حالت کلی می‌توان آن‌ها را در دو دسته پارامتریک و ناپارامتریک تقسیم کرد. توابع ناپارامتریک از جمله توابع مفصل تجربی<sup>۱</sup> کاربرد زیادی ندارند، اما، توابع پارامتریک که خود به دو دسته توابع مفصل ضمنی<sup>۲</sup> و غیرضمنی تقسیم می‌شوند، در زمینه‌های مختلف و به صورت گسترده مورد استفاده قرار گرفته‌اند. توابع مفصل ضمنی (مانند گوسی (نرمال) و t استیودنت)، از فرم بسته و مشخصی برخوردارند و تنها می‌توانند وابستگی دمی متقارن را اتخاذ کنند (فیشر<sup>۳</sup>، ۲۰۰۲). مفصل‌های ضمنی (بیضوی) به طور مستقیم با معکوس کردن تئوری اسکالر و به صورت رابطه (۱) به دست می‌آیند (برچمن و شپسمیر، ۲۰۱۲). درحالی‌که توابع مفصل غیرضمنی، دارای فرم بسته و مشخصی نیستند. این توابع براساس اینکه منشا تولید آن‌ها تابع مولد<sup>۴</sup>، تابع وابستگی<sup>۵</sup> یا ترکیبی از آن‌ها باشد به سه دسته ارشمیدسی<sup>۶</sup>، مقدار حدی<sup>۷</sup> (EV) و ارشمیدسی حداکثر<sup>۸</sup> تقسیم می‌شوند. تابع‌های مفصل کلایتون، گامبل، فرانک و جو<sup>۹</sup> از انواع توابع مفصل ارشمیدسی به شمار می‌روند که به وسیله تابع مولد  $\varphi$  تولید می‌شوند. مفصل‌های ارشمیدسی با دو متغیر  $u$  و  $v$  در فاصله  $[0,1]$ ، به وسیله تابع مولد  $\varphi$  و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$C(u, v) = \varphi^{-1}(\varphi(u) + \varphi(v)) \quad (۵)$$

<sup>۱</sup> Empirical

<sup>۲</sup> Implicit

<sup>۳</sup> Fischer

<sup>۴</sup> Generator

<sup>۵</sup> Dependence

<sup>۶</sup> Archimedean

<sup>۷</sup> Extreme Value

<sup>۸</sup> Archimax

<sup>۹</sup> Clayton, Gumble, Frank and Joe

که  $\varphi: [0,1] \rightarrow [0, \infty]$  یک تابع اکیدا نزولی و پیوسته محدب بوده و در مورد آن رابطه  $\varphi(1) = 0$  برقرار بوده و  $\varphi^{-1}$  وارون این تابع می‌باشد (برچمن و شپسمیر، ۲۰۱۲). از جمله توابع مفصل مقدار حدی (یا EV) می‌توان به مفصل گامبل، گالامبوس، هوسلر و ریس، تاون<sup>۱</sup> و BB5 اشاره کرد که «حداکثر-پایدار»<sup>۲</sup> بوده و می‌تواند به صورت زیر تعریف شود:

$$C(u, v) = \exp \left\{ \log(uv) A \left( \frac{\log(u)}{\log(uv)} \right) \right\} \quad (۶)$$

در رابطه (۶)،  $A: [0,1] \rightarrow [1/2,1]$  یا تابع وابستگی یک تابع محدب به صورت  $\max(t, 1-t) < A(t) < 1$  برای همه  $t \in [0,1]$  است (گالامبوس، ۱۹۸۷). مفصل‌های ارشمیدسی حداکثر که توسط کاپیرا و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۰۰) معرفی شدند، ترکیبی از خانواده‌های مقدار حدی و ارشمیدسی می‌باشند و دارای فرم تابعی زیر هستند:

$$C(u, v) = \varphi^{-1} \left[ (\varphi(u) + \varphi(v)) A \left( \frac{\varphi(u)}{\varphi(u) + \varphi(v)} \right) \right] \quad (۷)$$

در رابطه (۷)  $A(t)$  تابع وابستگی و  $\varphi$  تابع مولد ارشمیدسی است. اگر  $A(t) = 1$  باشد مفصل ارشمیدسی حداکثر به مفصل ارشمیدسی ساده تبدیل می‌شود و اگر  $\varphi(t) = -\log(t)$  باشد این خانواده تبدیل به خانواده مقدار حدی ساده می‌شود. کاپیرا و همکاران (۲۰۰۰) اثبات کردند که برای هر ترکیب معتبری از توابع مولد  $\varphi$  و وابستگی  $A(t)$  یک مفصل معتبر وجود دارد. مفصل BB4 یک مثال از این طبقه می‌باشد (بیتریز و همکاران<sup>۴</sup>، ۲۰۰۵).

مفصل‌های تاکی شکل برای تبیین توزیع چندمتغیره از مفصل‌های دو متغیره که جفت مفصل<sup>۵</sup> نامیده می‌شوند استفاده می‌کنند. در واقع مفصل‌های تاکی شکل یک مجموعه از درختان متصل هستند که تابع چگالی احتمال چندمتغیره را به جفت مفصل‌هایی تجزیه می‌کنند (کازادو و همکاران، ۲۰۱۴). هر یک از جفت مفصل‌ها می‌توانند از خانواده‌های اختیاری فوق‌الذکر انتخاب شوند. بنابراین، تاکی‌ها مزیت مدلسازی مفصل چندمتغیره را ترکیب می‌کنند و امکان انعطاف بیشتر

<sup>1</sup> Galambos, Husler and Reiss copula, Tawn copula

<sup>2</sup> Max stable

<sup>3</sup> Capéraà et al

<sup>4</sup> Beatriz et al

<sup>5</sup> Pair copula



### مقایسه انواع مختلف توابع... ۲۹

مدلسازی وابستگی را فراهم می‌آورند. به بیان ساده‌تر هر جفت متغیر در تبیین تابع «توزیع توأم» می‌تواند رفتار خاص خود شامل تقارن و عدم تقارن و وابستگی دمی را داشته باشد (برچمن و شپسمیر، ۲۰۱۲). برای درک بهتر این توابع آس و همکاران (۲۰۰۹) یک تابع چگالی سه متغیره را به صورت زیر تجزیه نمودند:

$$f(x_1, x_2, x_3) = f_1(x_1) \cdot f(x_2 | x_1) \cdot f(x_3 | x_1, x_2) \quad (۸)$$

با فرض یک رتبه‌بندی مشخص متغیرها، این تابع چگالی یکتاست. به وسیله قضیه اسکالر و در نظر گرفتن تابع توزیع شرطی  $h$  رابطه (۹) می‌توان روابط (۱۰) و (۱۱) را به شکل زیر نوشت:

$$h(x | v, \theta) = F(x | v) = \frac{\partial C_{xv_j | v_{-j}}(F(x | v_{-j}), F(v_j | v_{-j}) | \theta)}{\partial F(v_j | v_{-j})} \quad (۹)$$

$$f(x_2 | x_1) = \frac{f(x_1, x_2)}{f_1(x_1)} = \frac{c_{12}(F_1(x_1), F_2(x_2)) \cdot f_1(x_1) \cdot f_2(x_2)}{f_1(x_1)} = c_{12}(F_1(x_1), F_2(x_2)) \cdot f_2(x_2) \quad (۱۰)$$

$$f(x_3 | x_1, x_2) = \frac{f(x_2, x_3 | x_1)}{f(x_2 | x_1)} = \frac{c_{231}(F(x_2 | x_1), F(x_3 | x_1)) \cdot f(x_2 | x_1) \cdot f(x_3 | x_1)}{f(x_2 | x_1)} \quad (۱۱)$$

$$= c_{231}(F(x_2 | x_1), F(x_3 | x_1)) \cdot f(x_3 | x_1) = c_{231}(F(x_2 | x_1), F(x_3 | x_1)) c_{13}(F_1(x_1), F_3(x_3)) \cdot f_3(x_3)$$

در رابطه (۹)،  $v_j$  یک مولفه اختیاری از  $v$  و  $v_{-j}$  نشان دهنده بردار  $(n-1)$  بعدی  $v$  به غیر از  $v_j$  است. به این ترتیب می‌توان رابطه (۸) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \overbrace{f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot f_3(x_3)}^{\text{Marginal}} \times \underbrace{c_{12}(F_1(x_1), F_2(x_2)) \cdot c_{13}(F_1(x_1), F_3(x_3))}_{\text{Unconditional pairs}} \times \underbrace{c_{231}(F(x_2 | x_1), F(x_3 | x_1))}_{\text{Condition pairs}} \quad (۱۲)$$

در نتیجه می‌توان تابع چگالی توأم (۸) را به وسیله مفصل‌های دو متغیره  $C_{12}$ ،  $C_{13}$  و  $C_{23|1}$  که همان جفت مفصل هستند نشان داد. از آنجایی که تجزیه رابطه (۸) یکتا نیست و ساختارهای مختلفی از جفت مفصل‌ها را می‌توان برای آن تعریف کرد، بنابراین، بدفورد و کوک (۲۰۰۱، ۲۰۰۲) به منظور

تقسیم‌بندی آن‌ها مدل‌های گرافیکی را معرفی کردند و آن را مفصل تاکی شکل منظم<sup>۱</sup> نامیدند. یک مفصل تاکی شکل منظم با  $n$  بعد یک مجموعه متداخل از  $n-1$  درخت<sup>۲</sup> است که یال‌های درخت  $j$  گره‌های درخت  $j+1$  می‌باشد. شرط مجاورت تأکید می‌کند که دو گره در صورتی می‌توانند به وسیله یک یال در درخت  $j+1$  به یکدیگر متصل شوند که این گره‌ها در درخت  $j$  در یک گره مشترک، سهیم باشند.

در ادبیات و کارهای تجربی شمار شایان توجهی مفصل تاکی شکل منظم وجود دارد که در مجموع می‌توان آن‌ها در سه گروه «مفصل تاکی شکل منظم (R-vine)»، «مفصل تاکی شکل کانونی<sup>۳</sup> (C-vine)» و «مفصل تاکی شکل قابل رسم<sup>۴</sup> (D-vine)» تقسیم نمود. مفصل‌های R-vine ساختار مشخصی ندارند و هر گره می‌تواند با رعایت شرط مجاورت و بیشترین همبستگی<sup>۵</sup> به گره دیگر متصل شود. بنابراین، انتخاب ساختار گرافیکی R-vine با  $n$  متغیر مستلزم بررسی  $\binom{n}{2} \times (n-2) \times 2^{\binom{n-2}{2}}$  حالت مختلف است. برای تعریف تابع چگالی R-vine می‌توان یال‌های مجموعه درختان را به وسیله «گره‌های مشروط شده»<sup>۶</sup> و «گره‌های مشروط کننده»<sup>۷</sup> تعریف نمود؛ یعنی یال‌ها به صورت  $e = j(e), k(e) | D(e)$  نمایش داده می‌شوند که  $D(e)$  گره مشروط کننده و  $j(e), k(e)$  گره‌های مشروط شونده هستند. به این ترتیب تابع چگالی R-vine به صورت رابطه زیر خواهد بود (برچمن و کاژادو، ۲۰۱۱):

$$f_{1..n}(x) = \prod_{k=1}^n f_k(x_k) \cdot \prod_{i=1}^{n-1} \prod_{e \in E_i} c_{j(e), k(e) | D(e)}(F(x_{j(e)} | x_{D(e)}), F(x_{k(e)} | x_{D(e)})) \quad (13)$$

<sup>1</sup> Regular vine copula

<sup>۲</sup> درخت گراف همبندی است که دور نداشته باشد. متغیرها حکم گره‌های درخت و یال‌ها که گره‌ها را به هم وصل می‌کنند در واقع حکم جفت مفصل‌های درخت را دارند.

<sup>3</sup> Canonical Vine

<sup>4</sup> Drawable Vine

<sup>۵</sup> بیشترین همبستگی با توجه به حداکثر مجموع قدر مطلق ضریب همبستگی تاو کندال ترکیبی در هر درخت از بالا به پایین تعیین می‌شود.

<sup>6</sup> Conditioned nodes

<sup>7</sup> Conditioning nodes

### مقایسه انواع مختلف توابع... ۳۱

مجموعه درختان C-vine یک ساختار ستاره‌ای دارند که در هر درخت آن یک گره ریشه‌ای به دیگر گره‌ها متصل می‌شود. در حالی D-vine ها ساختار مسیر مانند داشته و در هر درخت هیچ گرهی نمی‌تواند درجه بیش از دو داشته باشد. انتخاب ساختار درختی C و D-vine در حالت n بعدی نیاز به بررسی  $\frac{n!}{2}$  حالت دارد، که در ساختار درختی C-vine باید گره ریشه‌ای با بیشترین همبستگی و در ساختار D-vine رتبه متغیرها در درخت اول باید مشخص گردد. ساختار D-vine که به صورت یک مسیر است به «مسیر همپلتونی»<sup>۱</sup> معروف است. در این مدل لازم است یک مسیر همپلتونی با حداکثر میزان همبستگی شناسایی شود. این مسئله در ادبیات موضوع معادل «مسئله فروشنده دوره گرد»<sup>۲</sup> (یا TSP) می‌باشد که در آن، مانند «یک مسئله چندجمله‌ای تصادفی»<sup>۳</sup> (یا NP)، الگوریتم کارای شناخته شده‌ای برای پیدا کردن راه‌حل وجود ندارد (کازادو و همکاران، ۲۰۱۴). به هر حال تابع چگالی C-vine و D-vine در رابطه‌های (۱۴) و (۱۵) ارائه شده است.

$$f(x) = \prod_{k=1}^n f_k(x_k) \prod_{i=1}^{n-1} \prod_{j=1}^{n-i} c_{i,i+j|:(i-1)}(F(x_i | x_1, \dots, x_{i-1}), F(x_{j+1} | x_1, \dots, x_{i-1}) | \theta_{i,i+j|:(i-1)}) \quad (14)$$

$$f(x) = \prod_{k=1}^n f_k(x_k) \prod_{i=1}^{n-1} \prod_{j=1}^{n-i} c_{j,j+i|(j+1):(j+i-1)}(F(x_j | x_{j+1}, \dots, x_{j+i-1}), F(x_{j+i} | x_{j+1}, \dots, x_{j+i-1}) | \theta_{j,j+i|(j+1):(j+i-1)}) \quad (15)$$

با تعیین ساختار درختی مناسب نکته بعدی برآورد پارامترهای انواع مفصل تاکی شکل می‌باشد. برای این کار می‌توان از روش حداکثر درست‌نمایی استفاده نمود که به ترتیب لگاریتم درست‌نمایی R-vine، C-vine و D-vine به صورت روابط (۱۶) تا (۱۸) بیان شده است (برچمن و شپسمیر، ۲۰۱۲):

$$L(v, B, \theta) = \prod_{k=1}^N f_{Ed}(x_k | v, B, \theta) \quad (16)$$

$$L_{cv}(\theta_{cv}) = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{d-1} \sum_{j=1}^{d-i} \log [c_{i,i+j|:(i-1)}(F_{i|:(i-1)}, F_{i+j|:(i-1)} | \theta_{i,i+j|:(i-1)})] \quad (17)$$

<sup>1</sup> Hamiltonian path

<sup>2</sup> Traveling salesman problem

<sup>3</sup> Nondeterministic Polynomial

$$L_{Dv}(\theta_{Dv}) = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{d-1} \sum_{j=1}^{d-i} \log [c_{j,j+i|(j+1):(j+i-1)}(F_{j|(j+1):(j+i-1)}, F_{j+i|(j+1):(j+i-1)} | \theta_{j,j+i|(j+1):(j+i-1)})] \quad (18)$$

به منظور گزینش جفت مفصل‌ها نیز یک سری ابزار گرافیکی و تحلیلی وجود دارد که به طور معمول از ابزارهای تحلیلی مانند آماره‌های AIC و BIC استفاده می‌شود. چالش اساسی و مهم دیگری که وجود دارد این است مجموعه داده‌های مفصل بایستی دارای توزیع حاشیه‌ای یکنواخت با حداقل صفر و حداکثر یک باشند که در اصطلاح به آن‌ها داده مفصل گفته می‌شود. بنابراین، در صورتی که داده‌های مورد مطالعه این ویژگی را نداشته باشند می‌توان از قضیه اسکالر استفاده نمود؛ یعنی ابتدا یک تابع توزیع حاشیه‌ای نظری مناسب برای داده‌ها انتخاب و تابع توزیع تجمعی آن برای داده مورد نظر محاسبه می‌شود (برچمن و شپسمیر، ۲۰۱۲). برای انتخاب تابع توزیع حاشیه‌ای مناسب برای متغیرها می‌توان از آزمون‌هایی مانند «کولموگروف-اسمیرنف» (K-S)، «اندرسون-دارلینگ» (A-D) و «خی-دو» ( $\chi^2$ ) استفاده کرد.

**تعیین حق بیمه:** در مرحله بعدی با استفاده از داده‌های مفصل، تابع «توزیع توأم» متغیرهای آب و هوایی و عملکرد جو دیم با به کارگیری سه نوع مفصل تاکی شکل C-vine، D-vine و R-vine برآورد شده و مناسب‌ترین توزیع با آزمون‌های وونگ<sup>۱</sup> و کلارک<sup>۲</sup> انتخاب می‌شود. به این ترتیب با مشخص شدن ساختار وابستگی از تابع «توزیع توأم» و با توجه به وارون تابع توزیع شرطی در رابطه (۹) می‌توان اقدام به شبیه‌سازی متغیرهای آب و هوایی و عملکرد جو دیم اهر نمود. داده‌های شبیه‌سازی شده به صورت داده مفصل بوده و لازم است که به شکل واقعی بازگردانده شود. در اینجا نیز با داشتن اطلاعات به دست آمده از فرم تابع توزیع نظری در ایجاد داده مفصل و استفاده از وارون تابع توزیع تجمعی هر متغیر، می‌توان داده‌های مفصل را به داده واقعی تبدیل کرد. برای دقت بیشتر در اینجا حدود ۱۰۰۰۰ مشاهده برای هر متغیر شبیه‌سازی می‌شود. برای تعیین عملکرد بحرانی ( $y_c$ ) از میانگین سه سال آخر عملکرد جو دیم شهرستان اهر ( $y_{mean5}$ ) استفاده می‌شود و با ضرب میزان میانگین عملکرد در سطح پوشش ۸۰ و ۱۰۰ درصد<sup>۳</sup>

<sup>1</sup> Vuong

<sup>2</sup> Clarke

<sup>۳</sup> علت انتخاب پوشش ۸۰ درصد به این دلیل است که در بیمه سنتی رایج عوامل خطر عمومی جو دیم، این سطح پوشش مبنای دریافت حق بیمه و پرداخت غرامت قرار گرفته است.

### مقایسه انواع مختلف توابع...۳۳

مقدار بحرانی عملکرد به دست می‌آید. خسارت هنگامی رخ می‌دهد که عملکرد زارع کمتر از عملکرد بحرانی باشد. ۱۰۰۰۰ عملکرد شبیه‌سازی شده حکم عملکرد ۱۰۰۰۰ زارع را داشته ( $y_i$ ) و در نتیجه با مقایسه عملکرد این زارعین با مقدار بحرانی عملکرد، خسارت مورد انتظار یا میانگین انحراف‌های اندازه‌گیری شده ( $Average[Mac(y_c - y_i, 0)]$ ) به دست می‌آید. به این ترتیب حق بیمه خالص با در نظر گرفتن P به عنوان قیمت تضمینی جو به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(19) \quad \text{حق بیمه خالص} = Average[Max(y_c - y_i, 0)] * P$$

برای پوشش هزینه‌های اجرایی، طبقه‌بندی کشاورزان به گروه‌های ریسکی مختلف و حفظ مبلغی به عنوان ذخیره احتیاطی عامل سربرار (یا فاکتور بارگذاری)<sup>۱</sup> به حق بیمه خالص اضافه شده و حق بیمه واقعی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(20) \quad \text{حق بیمه واقعی} = \frac{\text{حق بیمه خالص}}{0.9}$$

**تعیین غرامت:** به منظور تعیین غرامت قابل پرداخت در ابتدا لازم است متغیری که بیشترین همبستگی را با عملکرد محصول جو دیم اهر دارد، تعیین شود که برای این منظور از «ضریب همبستگی تاو کندال ترکیبی»<sup>۲</sup> و ضریب همبستگی تاو کندال معمولی استفاده می‌شود. سطحی از متغیر انتخاب شده که باعث ایجاد تنش در رشد گیاه و افت عملکرد می‌شود، به عنوان نقطه آستانه پرداخت خسارت انتخاب می‌گردد. نقطه حد یا پرداخت حداکثر تعهد بیمه‌گر نیز سطحی از متغیر خواهد بود که باعث نابودی کامل گیاه گردد یا از نظر اقتصادی زیان تلقی شود و یا کمترین عملکرد مشاهده شده در سال‌های بررسی را منجر گردد (بانک جهانی<sup>۳</sup>، ۲۰۰۹). تجربه اجرای این روش

<sup>1</sup> Lodging Factor

<sup>2</sup> Mixed Kendall's tau

ضریب همبستگی تاو کندال ترکیبی، ضریب همبستگی است که با توجه به رابطه آن با پارامتر وابستگی مفصل  $(\tau = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(u_1, u_2) c(u_1, u_2) du_1 du_2 - 1)$  به دست می‌آید؛ در واقع در این ضریب همبستگی تابع توزیع توأم دو متغیر با تابع مفصل در نظر

گرفته می‌شود و همبستگی دو متغیر افزون بر همبستگی در میانگین آن‌ها، در دم بالا و دم پایین نیز اندازه گرفته شده و در نهایت میانگین وزنی همبستگی در دم‌ها و میانگین توزیع توأم، به عنوان ضریب همبستگی تاو کندال ترکیبی محاسبه شود.

<sup>3</sup> The World Bank

بیمه در کشورهای در حال توسعه به خصوص هندوستان نشان داده است که گیاهان زراعی در واحدهای مشخصی از تغییرات شرایط آب و هوایی افت عملکرد یکسانی ندارند. بنابراین، توصیه می‌شود به جای در نظر گرفتن یک رابطه خطی بین خسارت قابل پرداخت و تغییر متغیر آب و هوا در جهت منفی، از یک رابطه پلکانی استفاده شود. یعنی در هر پله با تعیین عملکرد بحرانی ( $y_c$ ) مشروط به متغیر آب و هوایی ( $v$ ) که تغییرات آن پس از نقطه آستانه باعث تنش<sup>۱</sup> در رشد و کاهش عملکرد گیاه شود، و مقایسه آن با عملکردهای شبیه‌سازی شده در دامنه مشخص از متغیر آب و هوایی، میزان خسارت مورد انتظار تعیین گشته و متناسب با آن، غرامت پرداخت گردد (رائو<sup>۲</sup>، ۲۰۱۰). فرمول خسارت مورد انتظار هر پله به صورت رابطه (۲۱) می‌باشد.

$$(21) \text{Average}(y_{c_i} - y_i | a < v < b) = \text{خسارت مورد انتظار هر پله}$$

در رابطه (۲۱)  $y_{c_i}$ ، عملکرد بحرانی هر پله،  $v$  متغیر آب و هوایی که بیشترین همبستگی را با عملکرد محصول دارد و به ترتیب  $a$  و  $b$  نقطه شروع و پایان هر پله که دامنه متغیر را در هر پله تعیین می‌کنند، در نقطه حد متغیر که معمولاً معادل سطحی از متغیر آب و هوایی که کمترین عملکرد اتفاق افتاده را منجر می‌شود، ما به التفادات «ارزش عملکرد بحرانی ( $y_c$ )» و «کمترین عملکرد ( $y_{\min}$ )» به عنوان حداکثر تعهد بیمه‌گر به زارعین پرداخت می‌شود. غرامت قابل پرداخت هر پله و حداکثر تعهد بیمه‌گر نیز به ترتیب با توجه به روابط (۲۲) و (۲۳) قابل محاسبه هستند.

$$(22) P * \text{Average}(y_{c_i} - y_i | a < v < b) = \text{غرامت قابل پرداخت هر پله}$$

$$(23) P * [y_c - y_{\min}] = \text{حداکثر تعهد بیمه‌گر}$$

در زراعت دیم، عملکرد محصول به شدت تحت تاثیر «میزان» و «توزیع» بارش در دوره رشد و کل دوره، سرما و گرم شدن ناگهانی هوا می‌باشد (نورمحمدی و همکاران، ۱۳۸۴). در نتیجه در این مطالعه متغیرهای بارش تجمعی (CRI) بر حسب میلی‌متر و میانگین دما (T) بر حسب درجه سانتی‌گراد در سه دوره کاشت و خواب زمستانی (دوره اول از اول اکتبر تا آخر مارچ)، دوره رشد و خوشه‌بندی (دوره دوم از اول آوریل تا آخر می) و دوره رسیدن و پر شدن دانه (دوره سوم از اول

<sup>1</sup> Tension

<sup>2</sup> Rao

### مقایسه انواع مختلف توابع... ۳۵

چون تا آخر جولای) به عنوان متغیرهای آب و هوایی انتخاب شدند. از سویی با توجه به اینکه افزون بر توزیع بارش در طول دوره رشد گیاه، بارش کل دوره (از کاشت تا برداشت) نیز بر رشد جو دیم تاثیر به سزایی دارد، در نتیجه بارش تجمعی کل دوره نیز در مدل لحاظ شد. آمار مربوط به عملکرد جو دیم شهرستان اهر (Y) و متغیرهای آب و هوایی در سال‌های زراعی ۹۳-۱۳۷۴ به ترتیب از سازمان‌های جهادکشاورزی و هواشناسی استان آذربایجان شرقی گردآوری شد.

### نتایج و بحث

همان‌گونه که در بخش قبل بیان شد، به منظور تعیین توزیع حاشیه‌ای متغیرهای آب و هوایی و عملکرد جو دیم اهر از آزمون‌های A-D، K-S و  $\chi^2$  با نرم‌افزار EasyFit5.50 استفاده شد. نتایج مربوط به انتخاب توزیع نظری مناسب متغیرها در جدول (۱) گزارش شده است. متغیرها دارای توزیع از خانواده‌های مختلفی هستند؛ لذا فرض کلاسیک نرمال بودن برای آن‌ها نمی‌تواند منطقی باشد. عملکرد محصول و بارش تجمعی دوره دوم دارای توزیع ویکبای، بارش تجمعی دوره اول و کل دوره دارای توزیع وایبل سه متغیره، بارش تجمعی دوره سوم دارای توزیع وایبل دو متغیره، میانگین دمای دوره اول دارای توزیع لوگ-نرمال و میانگین دمای دوره دوم و سوم دارای توزیع نرمال می‌باشند.

جدول (۱) نتایج مربوط به تعیین توزیع حاشیه‌ای متغیرها

متغیر	توزیع انتخاب شده (پارمترهای توزیع)			آماره آزمون (P-value)
	$\chi^2$	A-D	K-S	
عملکرد (Y)	۰/۲۸۹ (۰/۵۹۱)	۰/۲۷۸	۰/۱۲۱ (۰/۹۱۲)	Wakeby ( $\xi = ۶۸۱/۶۶, \alpha = ۲۸۵/۶۱, \beta = ۰/۲۰۶, \gamma = ۰, \delta = ۰$ )
بارش دوره اول (CRI <sub>1</sub> )	۰/۶۶۹ (۰/۷۱۵)	۰/۱۸۹	۰/۰۸۱ (۰/۹۹۸)	Weibull ( $\alpha = ۴/۲۹۵, \beta = ۱۰۶/۵۶, \gamma = ۳۲/۵۸۵$ )
بارش دوره دوم (CRI <sub>2</sub> )	۰/۱۰۴ (۰/۹۴۹)	۰/۱۴۲	۰/۰۸۵ (۰/۹۹۷)	Wakeby ( $\xi = ۲۶/۵, \alpha = ۱۵۲/۸, \beta = ۲/۰۶, \gamma = ۱۳/۴, \delta = ۰/۲۹$ )
بارش دوره سوم (CRI <sub>3</sub> )	۰/۷۷۴ (۰/۶۷۸)	۰/۲۹۳	۰/۱۱۲ (۰/۹۴۸)	Weibull ( $\alpha = ۱.۲۳۳, \beta = ۲۶/۱۳۴$ )
بارش کل (CRI <sub>T</sub> )	۰/۲۶۹ (۰/۸۷۳)	۰/۳۴۲	۰/۱۲۲ (۰/۹۰۴)	Weibull ( $\alpha = ۲/۳۹۸, \beta = ۱۰۹/۵۶, \gamma = ۱۵۴/۷۵$ )
دمای دوره اول (T <sub>1</sub> )	۰/۴۲۷ (۰/۸۰۷)	۰/۲۷۱	۰/۱۰۱ (۰/۹۷۹)	Lognormal ( $\sigma = ۰/۳۰۸, \mu = ۱/۴۱۷$ )

ادامه جدول (۱) نتایج مربوط به تعیین توزیع حاشیه‌ای متغیرها

۱/۲۰۴ (۰/۵۴۷)	۰/۳۵۶	۰/۱۲۵ (۰/۸۸۹)	Normal ( $\sigma = ۱/۲۳۵, \mu = ۱۲/۶۷۷$ )	دمای دوره دوم (T <sub>2</sub> )
۱/۵۷۱ (۰/۴۵۶)	۰/۳۲۴	۰/۱۲۹ (۰/۸۶۸)	Normal ( $\sigma = ۰/۹۱۲, \mu = ۲۰/۹۸$ )	دمای دوره سوم (T <sub>3</sub> )

منبع: یافته‌های تحقیق

با در نظر گرفتن تابع توزیع تجمعی نظری انتخاب شده برای هر متغیر، داده‌های مفصل تولید شد و با استفاده از نرم‌افزار RStudio0.99 و بسته نرم‌افزاری VineCopula اقدام به برآورد تابع «توزیع توأم» عملکرد جو دیم و متغیرهای آب و هوایی با مفصل‌های تاکی شکل C-vine، D-vine و R-vine شد. مبنای انتخاب ساختار درختی بیشترین مجموع قدر مطلق ضریب همبستگی تاو کندال ترکیبی در هر درخت، انتخاب جفت مفصل برپایه کوچکترین میزان آماره AIC و BIC و تخمین پارامترها با استفاده از حداکثر درست‌نمایی بود که نتایج مربوط به انتخاب ساختار درختی، تعیین جفت مفصل‌های هر درخت و تخمین پارامترهای آن‌ها برای هر یک الگوهای C-vine، D-vine و R-vine به ترتیب در جدول (۲) تا (۴) گزارش شده است. از آنجایی که الگوریتم کارای شناخته شده‌ای برای پیدا کردن ساختار درختی الگوی D-vine وجود ندارد، در نتیجه برای تعیین ساختار درختی آن ابتدا با بسته‌های نرم‌افزاری TSP و vines و به کارگیری الگوریتم فروشنده دوره‌گرد، رتبه متغیرها در درخت اول تعیین شد و سپس الگوی D-vine با بسته نرم‌افزاری VineCopula برآورد شد. همچنین لازم به ذکر است که برای ساده‌سازی محاسبات به هر یک از متغیرهای مفصل به صورت زیر یک شماره نسبت داده شد که این هشت متغیر مجموعه گره‌های درخت اول ( $N_1 = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ ) را شکل دادند.

$$Y=1, \quad CRI_1=2, \quad CRI_2=3, \quad CRI_3=4, \quad T_1=5, \quad T_2=6, \quad (24)$$

$$T_3=7, \quad CRI_T=8$$

با توجه به نتایج جدول (۲) در الگوی C-vine گره‌های ریشه‌ای در درخت اول تا ششم به ترتیب شامل 6، 4، 6، 8، 4، 6، 3، 8، 4، 6، 5، 3، 8، 4، 6 و 1، 5، 3، 8، 4، 6 می‌باشند. مجموع قدر مطلق ضریب همبستگی تاو کندال ترکیبی با انتخاب گره 6 در درخت به عنوان گره ریشه‌ای برابر ۲/۱۲ می‌گردد. از بین ۲۸ یال موجود در این الگو ۴ مفصل از خانواده مفصل‌های بیضوی، ۱۱ مفصل از خانواده مقدار حدی و ۱۳ مفصل از خانواده ارشمیدسی انتخاب شدند. لازم به توضیح است که پارامترهای



### مقایسه انواع مختلف توابع... ۳۷

برآوردی در این الگوها تفسیر خاص اقتصادی ندارند و صرفاً برای تبیین تابع «توزیع توأم» برآورد می‌شوند.

همان‌گونه که نتایج جدول (۳) نشان می‌دهد با توجه به الگوریتم فروشنده دوره‌گرد، از میان  $\frac{8!}{2} = 20160$  حالت ممکن، بیشترین همبستگی در درخت اول D-vine در صورتی برقرار می‌شود که رتبه متغیرها به صورت 7، 4، 8، 3، 1، 6، 5 و 2 باشد. در این حالت مجموع قدر مطلق ضریب همبستگی تاو کندال ترکیبی در درخت اول برابر  $\frac{2}{20}$  می‌گردد. در الگوی D-vine بیشترین مفصل انتخاب شده مربوط به خانواده‌های مقدار حدی با ۱۶ مورد و کمترین آن مربوط به خانواده بیضوی با ۳ مفصل انتخابی می‌باشد.

همان‌گونه که بیان شد، انتخاب ساختار درختی R-vine از قاعده و قانون خاصی پیروی نمی‌کند و هر گره به گره دیگر می‌تواند متصل شود. بیشترین مجموع قدر مطلق ضریب همبستگی تاو کندال ترکیبی در این الگو در درخت اول با توجه به جدول (۴) برابر  $\frac{2}{63}$  می‌باشد. در این الگو نیز ۱۱ مفصل از خانواده مقدار حدی، ۴ مفصل از خانواده بیضوی و ۱۳ مفصل از خانواده ارشمیدسی انتخاب شده است.

جدول (۲) نتایج تعیین جفت مفصل‌ها و برآورد پارامترهای آن‌ها در الگوی C-Vine

تاو کندال ترکیبی	وابستگی دمی پایین	وابستگی دمی بالا	پارامتر دوم <sup>a</sup>	پارامتر اول	نام خانواده	یال‌ها	درخت
۰/۲۲	۰	۰/۲۲	۰/۲۲	۱۳/۵۳	تاون نوع دوم	۲٫۶	اول
-۰/۳۳	۰	۰	-	-۱/۸۸	جو ۹۰	۱٫۶	
-۰/۳۶	۰	۰	-	-۰/۵۳	گوسی	۵٫۶	
-۰/۴	۰	۰	۰/۴۵	-۴/۸۹	تاون نوع دوم ۲۷۰	۳٫۶	
۰/۳۳	۰/۴۹۳	۰	-	۰/۹۸	کلایتون	۷٫۶	
-۰/۱۲	۰	۰	-	-۱/۲۴	جو ۲۷۰	۴٫۶	
-۰/۳۶	۰/۰۴۸	۰/۰۴۸	۲	-۰/۵۳	تی	۸٫۶	
۰/۰۳	۰	۰/۰۳	۰/۰۳	۲۰	تاون نوع دوم	۲٫۴ ۶	دوم
-۰/۱۱	۰	۰	-	-۱/۲۱	جو ۲۷۰	۱٫۴ ۶	
-۰/۲۲	۰	۰	-	-۱/۵۱	جو ۲۷۰	۵٫۴ ۶	
۰/۱۸	۰	۰/۲۳۴	-	۱/۲۲	گامبل	۳٫۴ ۶	
-۰/۳۸	۰	۰	-	-۳/۸۸	فرانک	۷٫۴ ۶	
۰/۵۲	۰	۰	۰/۸۷	۴/۱۳	جو-فرانک (BB8)	۸٫۴ ۶	

ادامه جدول (۲) نتایج تعیین جفت مفصل‌ها و برآورد پارامترهای آن‌ها در الگوی C-Vine

۰/۳۸	۰	۰	-	۳/۸۶	فرانک	۲۸/۴۶	سوم
۰/۱۶	۰/۱۵۳	۰	-	۰/۳۷	کلایتون	۱۸/۴۶	
۰/۰۲	۰	۰/۰۲	۰/۰۲	۲۰	تاون نوع دوم	۵۸/۴۶	
۰/۳۹	۰	۰/۴۷۳	-	۱/۶۴	گامبل	۳۸/۴۶	
۰/۱۱	۰	۰	۰/۱۲	-۱۰/۱۶	تاون نوع اول ۲۷۰	۷۸/۴۶	
-۰/۶۴	۰	۰	-	-۹/۱۱	فرانک	۲۳/۸۴۶	چهارم
-۰/۱۸	۰	۰	۰/۱۹	-۵/۲	تاون نوع اول ۹۰	۱۳/۸۴۶	
۰/۱۵	۰/۱۵۹	۰	۰/۱۶	۶/۵۴	تاون نوع اول ۱۸۰	۵۳/۸۴۶	
۰/۳۲	۰	۰/۰۷	۰/۳۷	۴/۱۶	تاون نوع اول	۷۳/۸۴۶	
۰/۱۸	۰	۰/۱۹۹	-	۰/۴۳	کلایتون بقا	۲۵/۳۸۴۶	پنجم
-۰/۳۳	۰	۰	۰/۴۴	-۲/۶۵	تاون نوع دوم ۹۰	۱۵/۳۸۴۶	
۰/۰۷	۰	۰/۰۷	۰/۰۷	۱۲/۵۹	تاون نوع اول	۷۵/۳۸۴۶	
۰/۱۳	۰	۰	-	۰/۲	گوسی	۲۱/۵۳۸۶	ششم
۰/۰۳	۰/۰۳	۰	۰/۰۳	۲۰	تاون نوع دوم ۱۸۰	۷۱/۵۳۸۶	
۰/۰۶	۰/۲۰۶	۰/۲۰۶	۲	۰/۱	تی	۲۰۷/۱۵۳۸۶	هفتم

a از آن‌جا که خانواده‌های مختلف، تعداد پارامترهای مختلفی (یک، دو و یا سه پارامتر) دارند؛ لذا، لازم است علاوه بر پارامتر اول در برخی از خانواده‌ها پارامترهای بعدی نیز تخمین زده شود.

منبع: یافته‌های تحقیق

جدول (۳) نتایج تعیین جفت مفصل‌ها و برآورد پارامترهای آن‌ها در الگوی D-Vine

تاوکنندال ترکیبی	وابستگی دمی پایین	وابستگی دمی بالا	پارامتر دوم <sup>a</sup>	پارامتر اول	نام خانواده	یال‌ها	درخت
-۰/۱۶	۰	۰	۰/۱۷	-۳/۲۹	تاون نوع اول ۲۷۰	۲۵	اول
-۰/۳۶	۰	۰	-	-۰/۵۳	گوسی	۵۶	
-۰/۳۳	۰	۰	-	-۱/۸۸	جو ۹۰	۶۱	
۰/۳۴	۰/۵۱۱	۰	-	۱/۰۳	کلایتون	۱۳	
۰/۴	۰	۰/۴۷۱	۰/۵	۳/۳۱	تاون نوع اول	۳۸	
۰/۳۷	۰	۰/۵۴۷	-	۱/۱۵	کلایتون بقا	۸۴	
-۰/۲۴	۰	۰	۰/۲۵	-۵/۹۳	تاون نوع اول ۲۷۰	۴۷	
۰/۲۳	۰	۰/۲۴	۰/۲۴	۲۰	تاون نوع دوم	۲۶/۵	دوم
۰/۱	۰/۱	۰	۰/۱	۲۰	تاون نوع دوم ۱۸۰	۵۱/۶	
-۰/۲۶	۰	۰	۰/۳۲	-۲/۷۷	تاون نوع دوم ۲۷۰	۶۳/۱	
۰/۱۴	۰/۱۳۹	۰	۰/۱۴	۵/۳۹	تاون نوع اول ۱۸۰	۱۸/۳	
-۰/۲۹	۰	۰	-	-۲/۸۲	فرانک	۳۴/۸	
-۰/۲۳	۰/۰۸۱	۰/۰۸۱	۲	-۰/۳۶	تی	۸۷/۴	

مقایسه انواع مختلف توابع... ۳۹

ادامه جدول (۳) نتایج تعیین جفت مفصل ها و برآورد پارامترهای آن ها در الگوی D-Vine

۰/۱	۰/۲۱۸	۰	-	۱/۲	جو بقا	۲,۱ ۶,۵	سوم
۰/۱۶	۰	۰/۱۶۹	۰/۱۷	۳/۶	تاون نوع دوم	۵,۳ ۱,۶	
۰/۱۸	۰	۰/۱۸۹	۰/۱۹	۵/۶۶	تاون نوع اول	۶,۸ ۳,۱	
-۰/۱۹	۰	۰	۰/۲۱	-۴/۱۵	تاون نوع اول ۲۷۰	۱,۴ ۸,۳	
۰/۰۶	۰/۰۶	۰	۰/۰۶	۲۰	تاون نوع دوم ۱۸۰	۳,۷ ۴,۸	
-۰/۲۲	۰	۰	۰	-۱/۵۸	کلایتون ۲۷۰	۲,۳ ۱,۶,۵	چهارم
-۰/۱۵	۰	۰	۰/۱۵	۵/۰۹	تاون نوع دوم ۹۰	۵,۸ ۳,۱,۶	
۰/۰۸	۰/۰۸	۰	۰/۰۸	۲۰	تاون نوع اول ۱۸۰	۶,۴ ۸,۳,۱	
-۰/۰۷	۰	۰	۰/۰۷	-۲۰	تاون نوع اول ۹۰	۱,۷ ۴,۸,۳	
۰/۴۵	۰	۰	-	۰/۶۴	گوسی	۲,۸ ۳,۱,۶,۵	پنجم
-۰/۳۳	۰	۰	-	-۰/۸۹	جو ۲۷۰	۵,۴ ۸,۳,۱,۶	
۰/۴۳	۰	۰/۵۰۸	۰/۵۴	۳/۵۱	تاون نوع دوم	۶,۷ ۸,۳,۱,۴	
-۰/۴۸	۰	۰	-	-۱/۸۸	کلایتون ۲۷۰	۲,۴ ۸,۳,۱,۶,۵	ششم
۰/۲۳	۰	۰/۴۲۶	-	۱/۵۳	جو	۵,۷ ۸,۳,۱,۴,۶	
-۰/۰۶	۰	۰	۰/۰۶	-۶/۸۸	تاون نوع دوم ۲۷۰	۲,۷ ۴,۶,۸,۳,۱,۵	هفتم

a از آن جا که خانواده های مختلف، تعداد پارامترهای مختلفی (یک، دو و یا سه پارامتر) دارند؛ لذا، لازم است علاوه بر پارامتر اول در برخی از خانواده ها پارامترهای بعدی نیز تخمین زده شود.

منبع: یافته های تحقیق

جدول (۴) نتایج تعیین جفت مفصل ها و برآورد پارامترهای آن ها در الگوی R-Vine

تاو کندال ترکیبی	وابستگی دمی پایین	وابستگی دمی بالا	پارامتر دوم <sup>a</sup>	پارامتر اول	نام خانواده	یال ها	درخت
-۰/۳۶	۰	۰	-	-۰/۵۳	گوسی	۵,۶	اول
-۰/۴	۰	۰	۰/۴۵	-۴/۸۹	تاون نوع اول ۲۷۰	۶,۳	
۰/۳۴	۰/۵۱۱	۰	-	۱/۰۳	کلایتون	۱,۳	
۰/۳۷	۰	۰/۵۴۷	-	۱/۱۵	کلایتون بقا	۴,۸	
-۰/۴	۰	۰	-	-۱/۶۶	گامبل ۲۷۰	۲,۳	
۰/۴	۰	۰/۴۷۱	۰/۵	۳/۳۱	تاون نوع اول	۳,۸	
-۰/۳۶	۰	۰	-	-۲/۰۴	جو ۲۷۰	۷,۸	
۰/۱۵	۰	۰/۳۰۹	-	۱/۳۲	جو	۵,۳ ۶	دوم
-۰/۱۹	۰	۰	۰/۲	-۷/۶۷	تاون نوع دوم ۲۷۰	۶,۱ ۳	
۰/۱۲	۰	۰/۱۲	۰/۱۲	۱۸/۹۷	تاون نوع اول	۱,۲ ۳	
-۰/۲۹	۰	۰	-	-۲/۸۲	فرانک	۴,۳ ۸	
۰/۹۸	۰/۹۹۴	۰	-	۱۲۹/۷۷	جو بقا	۲,۸ ۳	
۰/۰۶	۰/۰۶	۰	۰/۰۶	۲۰	تاون نوع دوم ۱۸۰	۷,۳ ۸	

ادامه جدول (۴) نتایج تعیین جفت مفصل‌ها و برآورد پارامترهای آن‌ها در الگوی R-Vine

۰/۲۱	۰	۰/۳۹۲	-	۱/۴۶	جو	۵۰۱/۳۰۶	سوم
۰/۰۹	۰	۰/۰۹	۰/۰۹	۹/۸۹	تاون نوع اول	۶۰۲/۱۰۳	
-۰/۰۱	۰	۰	-	-۰/۰۱	کلایتون ۲۷۰	۸۰۱/۲۰۳	
-۰/۲۴	۰	۰	-	-۲/۳۱	فرانک	۴۰۲/۳۰۸	
-۰/۱	۰	۰	-	-۰/۹	فرانک	۲۰۷/۸۰۳	
۰/۱۳	۰	۰	-	۱/۱۸	فرانک	۵۰۲/۳۰۶	چهارم
۰/۰۳	۰	۰	-	۰/۰۵	گوسی	۶۰۸/۳۰۲	
-۰/۱۲	۰	۰	۰/۱۲	-۲۰	تاون نوع دوم ۹۰	۱۰۷/۸۰۲	
-۰/۲۹	۰	۰	۰/۳۳	-۳/۴۹	تاون نوع اول ۲۷۰	۴۰۷/۳۰۸	
-۰/۰۴	۰	۰	-	-۰/۰۷	گوسی	۵۰۸/۳۰۶	پنجم
۰/۴۱	۰/۴۸۶	۰	۰/۵۳	۳/۱	تاون نوع اول ۱۸۰	۶۰۷/۳۰۸	
-۰/۲۶	۰	۰	۰/۲۷	-۱۲/۲۶	تاون نوع دوم ۹۰	۱۰۴/۲۰۸	
۰/۱۷	۰	۰	-	۱/۵۴	فرانک	۵۰۷/۳۰۶	ششم
۰/۰۶	۰/۰۶	۰	۰/۰۶	۲۰	تاون نوع دوم ۱۸۰	۶۰۴/۳۰۷	
۰/۰۹	۰/۲۲۱	۰/۲۲۱	۲	۰/۱۴	تی	۵۰۴/۳۰۶	هفتم

a از آنجا که خانواده‌های مختلف، تعداد پارامترهای مختلفی (یک، دو و یا سه پارامتر) دارند؛ لذا، لازم است علاوه بر پارامتر اول در برخی از خانواده‌ها پارامترهای بعدی نیز تخمین زده شود.

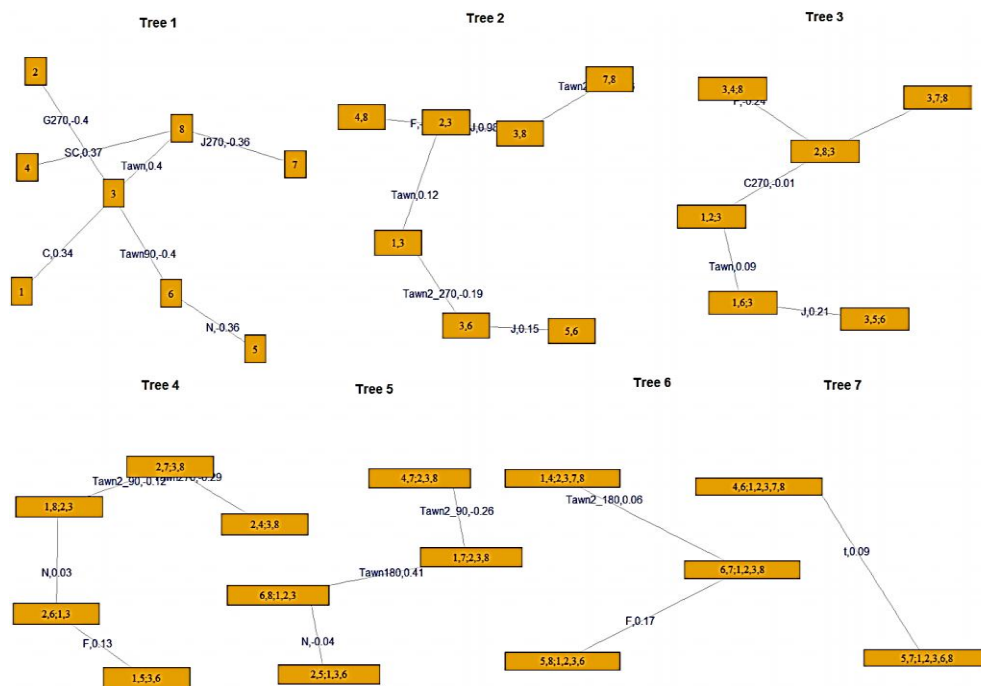
منبع: یافته‌های تحقیق

همان‌طور که نتایج جدول‌های (۲) تا (۴) نشان می‌دهد، بعضی درختان در هر سه الگو یال مشترک دارند. برای مثال درخت هفتم دو الگوی C و D-vine دارای یال 2,7|4,8,3,1,6,5 می‌باشند، ولی مفصل انتخاب شده برای این یال در دو الگو متفاوت است. این مسئله به این علت می‌باشد که در درختان ششم این دو الگو یال‌ها و مفصل‌های مختلفی انتخاب شده‌اند، به عبارت ساده‌تر انتخاب مفصل در یک درخت به انتخاب مفصل در درختان قبلی بستگی دارد. حال آنکه این نکته در سطح اول وابستگی نمی‌تواند رخ دهد؛ چراکه قبل از سطح اول هیچ درختی وجود ندارد. برای مثال درخت اول ساختار D و R-vine در یال 4,8 و 5,6 مشترک هستند و مفصل انتخاب شده و پارامتر برآوردی در آن‌ها یکسان می‌باشد.

با توجه به نتایج جداول (۲) تا (۴) بیشترین همبستگی در درخت اول سه الگو با توجه به ضریب همبستگی تاو کندال ترکیبی مربوط به الگوی R-vine می‌باشد، و از آنجایی که آس و همکاران (۲۰۰۹)، برچمن و همکاران (۲۰۱۰) و دیمن و همکاران (۲۰۱۳) توصیه کردند که بهترین «توزیع

#### مقایسه انواع مختلف توابع... ۴۱

توأم» در حالتی انتخاب شود که بیشترین همبستگی در درخت اول برقرار باشد. بنابراین، به نظر می‌رسد الگوی R-vine در مقایسه با دو الگوی دیگر بهتر باشد، اما برای اطمینان بیشتر از دو آزمون وونگ و کلارک نیز استفاده شد. در آغاز دو الگوی C و D-vine مقایسه شدند که فرض صفر در در آزمون کلارک هم‌ارزی دو الگو و در آزمون وونگ مناسب بودن الگوی C-vine می‌باشد. آماره آزمون کلارک و وونگ به ترتیب ۱۲ و ۰/۷۱۷ به دست آمد که نشان می‌دهد فرض صفر در هر دو آزمون رد شده و الگوی D-vine بهتر از الگوی C-vine می‌باشد. در گام بعدی همین آزمون‌ها با این فرض در آزمون وونگ که مدل D-vine مناسب‌تر است، برای گزینش میان دو الگوی R-vine و D-vine انجام گرفت. به این ترتیب آماره آزمون کلارک برابر ۱۶ شد که فرض هم‌ارزی دو الگو را در سطح ۱ درصد رد نمود، همچنین آماره آزمون وونگ نیز ۰/۵۸۱ محاسبه شد که این آزمون نیز فرض صفر یا برتری الگوی D-vine را رد می‌کند. لذا، الگوی R-vine در مقایسه با دو الگوی دیگر بهتر می‌تواند تابع «توزیع توأم» و ساختار وابستگی بین متغیرهای عملکرد جو دیم و متغیرهای آب و هوایی را تبیین کند. در نتیجه از نتایج الگوی R-vine برای شبیه‌سازی و محاسبه خسارت مورد انتظار استفاده شد. ساختار درختی الگوی R-vine یا تابع توزیع چگالی توأم متغیرهای آب و هوایی و عملکرد جو دیم با توجه به نتایج جدول (۴) در شکل (۱) نمایش داده شده است. در ساختار درختی شکل (۱) عبارت اول، خانواده مفصل و عبارت دوم ضریب همبستگی تاو کندال ترکیبی می‌باشد.



شکل (۱) ساختار درختی R-vine برآورد شده بین عملکرد جو دیم و متغیرهای آب و هوایی

با به کارگیری تابع «توزیع توأم» استخراج شده توسط الگوی R-vine اقدام به شبیه سازی ۱۰۰۰۰ مشاهده از متغیرهای آب و هوایی و عملکرد جو دیم شهرستان اهر شد. سپس با توجه به نتایج جدول (۱) و در نظر گرفتن وارون تابع توزیع تجمعی هر متغیر، هر یک از مشاهدات شبیه سازی شده به سطح واقعی خود برگردانده شدند. به منظور محاسبه خسارت مورد انتظار، متوسط عملکرد جو دیم در ۳ سال آخر که معادل ۹۳۴ کیلوگرم در هکتار است، در سطوح پوشش ۸۰ و ۱۰۰ درصد ضرب شده و به این ترتیب عملکرد بحرانی به دست آمد. همچنین قیمت تضمینی جو در سال زراعی ۹۴-۱۳۹۳ معادل ۹۲۰۰ ریال در نظر گرفته شد. در نهایت مقادیر حق بیمه با توجه به روابط (۱۹) و (۲۰) محاسبه شد که نتایج آن در جدول (۵) ارائه شده است.

### مقایسه انواع مختلف توابع...۴۳

همان‌گونه که جدول (۵) نشان می‌دهد، نتایج حاصل از حق بیمه محاسبه شده در این طرح کمتر از طرح سنتی در سطح پوشش ۸۰ درصد یعنی ۵۹۰۰۰۰ ریال می‌باشد. همچنین مطابق انتظارهای پیشین با کاهش سطح پوشش بیمه، حق بیمه نیز کاهش می‌یابد.

جدول (۵) مقادیر حق بیمه محاسبه شده برای جو دیم

سطح پوشش	مقادیر بحرانی	خسارت مورد انتظار هر هکتار $Ave[\max(y_c - y), 0]$ (کیلوگرم)	حق بیمه عادلانه (ریال)	حق بیمه واقعی (ریال)
۱۰۰	۹۳۴	۹۶/۳۶	۸۸۶۴۸۶	۹۸۴۹۸۵
۸۰	۷۴۷/۲	۲۶/۴۵	۲۴۳۳۱۳	۲۷۰۳۴۸

منبع: یافته‌های تحقیق

### جدول (۶) ضریب همبستگی تاو کندال ترکیبی و معمولی میان متغیرهای آب و هوایی و عملکرد جو

دیم

دوره	متغیر عملکرد و	تاو کندال معمولی (بدون در نظر گرفتن توزیع توأم با توابع مفصل)	تاو کندال ترکیبی (با در نظر گرفتن توزیع توأم با توابع مفصل <sup>۱</sup> )
اول	بارش	۰/۰۷	۰/۰۵
	دما	۰/۱۱	۰/۱۷
دوم	بارش	۰/۱۸	۰/۳۴
	دما	-۰/۲۷	-۰/۳۳
سوم	بارش	-۰/۰۵	-۰/۰۳
	دما	۰/۰۰۱	۰/۰۵
کل	بارش	۰/۳۴	۰/۵۵

منبع: یافته‌های تحقیق

به منظور طراحی تابع غرامت باید متغیری را انتخاب کرد که بیشترین همبستگی را با عملکرد جو دیم شهرستان اهر داشته باشد. برای این منظور میزان همبستگی متغیرهای آب و هوایی با عملکرد با استفاده از ضریب همبستگی تاو کندال ترکیبی و ضریب همبستگی تاو کندال معمولی محاسبه شد که نتایج مربوط به آن در جدول (۶) گزارش شده است. با توجه به نتایج ضریب همبستگی

<sup>۱</sup> در ضریب همبستگی تاو کندال ترکیبی، افزون بر اینکه همبستگی دو متغیر در میانگین آن‌ها در نظر گرفته می‌شود، همبستگی در دم بالا و پایین نیز لحاظ می‌شود، در نتیجه میزان این ضریب همبستگی بیشتر از ضریب همبستگی تاو کندال معمولی است. برای مثال بارش تجمعی کل دوره و عملکرد دارای ضریب همبستگی تاو کندال ترکیبی ۰/۵۵ و معمولی ۰/۳۴ هستند.

معمولی و ترکیبی بارش تجمعی در دوره سوم رشد که مصادف با مرحله رسیدن و پرشدن دانه است و متغیر دمای میانگین در دوره دوم یا رشد و خوشه‌بندی تاثیر منفی بر عملکرد جو دیم دارند. به عبارتی وقوع گرمای شدید در مرحله خوشه‌بندی و بارش سیل‌آسا در مرحله رسیدن باعث افت عملکرد می‌شود. با توجه به این جدول متغیر بارش تجمعی کل دوره بیشترین همبستگی را با عملکرد جو دیم شهرستان اهر دارد که این همبستگی مثبت است. از آنجایی که شهرستان اهر در اقلیم خشک و سرد واقع شده است، بنابراین، طبیعی است که بیشترین تنش و حساسیت جو دیم مربوط به این عامل باشد. لذا، در ادامه به طراحی تابع غرامت با استفاده از متغیر بارش تجمعی کل دوره پرداخته می‌شود.

جو دیم برای داشتن یک عملکرد معمولی نیاز به ۲۲۵ میلی‌متر بارندگی در طول مراحل رشد و نمو خود دارد (نور محمدی و همکاران، ۱۳۸۴). به این ترتیب آستانه پرداخت غرامت برای متغیر بارش تجمعی برابر ۲۲۵ میلی‌متر در نظر گرفته می‌شود، چرا که در بارش‌های کمتر از ۲۲۵ میلی‌متر گیاه دچار تنش آبی شده و عملکرد آن افت خواهد کرد. نقطه حد بارش تجمعی میزان حداقل بارش تجمعی مشاهده شده در منطقه در نظر گرفته شد که معادل ۱۵۶ میلی‌متر است. در نقطه حد، عملکرد منطقه به ۵۰۰ کیلوگرم در هکتار افت پیدا می‌کند. با توجه به عملکرد بحرانی ۹۳۴ کیلوگرم در هکتار، روشن است که حداکثر تعهد بیمه‌گر در این حالت برابر  $۳۹۹۲۸۰۰ = (۹۳۴ - ۵۰۰)$  ریال خواهد بود.

در این تحقیق دامنه هر پله در پرداخت غرامت ۱۰ میلی‌متر در نظر گرفته شد، به عبارتی با توجه به مقادیر شبیه‌سازی شده عملکرد و بارش تجمعی کل به این پرسش پاسخ داده شد که «به ازای هر ۱۰ میلی‌متر کاهش در بارش تجمعی، چه میزان افت عملکرد اتفاق می‌افتد؟» با توجه به رابطه (۲۲) میزان غرامت قابل پرداخت در هر پله محاسبه شد که نتایج مربوط به آن در جدول (۷) گزارش شده است. همان‌گونه که نتایج جدول (۷) نشان می‌دهد میزان کاهش عملکرد به ازای هر ۱۰ میلی‌متر کاهش در بارش تجمعی ثابت و خطی نیست. به عبارتی فرض یک رابطه خطی در پرداخت غرامت منجر به پرداخت بیش از حد و یا کمتر از حد غرامت شود. با توجه به جدول (۷) نمودار تابع غرامت به صورت نمودار (۱) به دست می‌آید. همان‌گونه که نمودار تابع غرامت نیز نشان می‌دهد در صورت در نظر گرفتن تابع خطی، برای مقادیر بارش بین آستانه ۲۲۵ میلی‌متر تا ۱۸۵ میلی‌متر، پرداخت کمتر و در مقادیر بین ۱۸۵ میلی‌متر تا حد ۱۵۶ میلی‌متر پرداخت بیشتر



### مقایسه انواع مختلف نواع...۴۵

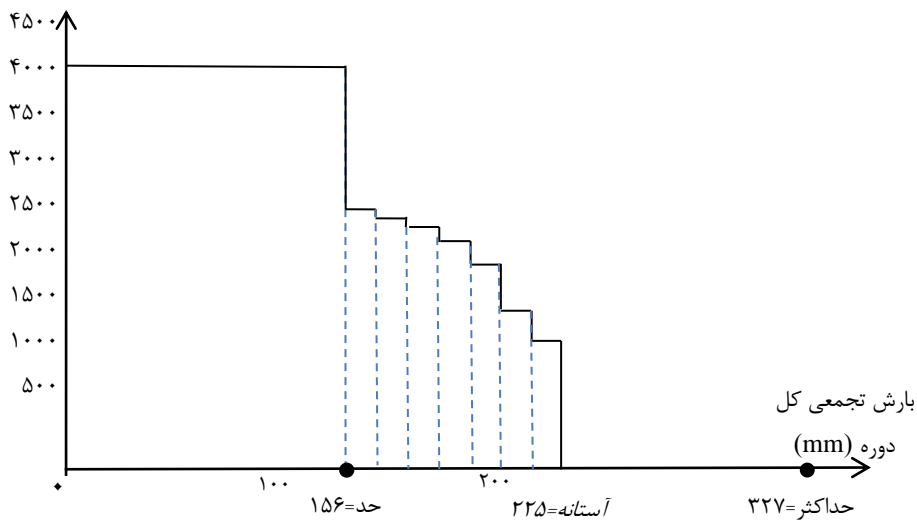
از خسارت صورت می‌گیرد، که این می‌تواند باعث زیان صندوق بیمه و بی‌رقبیتی کشاورزان در پذیرش این نوع بیمه گردد.

جدول (۷) نتایج مربوط به پرداخت غرامت پلکانی عملکرد جو دیم

پله پرداخت غرامت	آستانه شروع پرداخت برپایه بارش تجمعی	میزان کاهش عملکرد (کیلوگرم در هکتار)	متوسط عملکرد (کیلوگرم در هکتار)	میزان کاهش تجمعی عملکرد (کیلوگرم در هکتار)	غرامت پرداختی (ریال)
پله صفر	$225 < CRI_T$	۰	۹۳۴	۰	۰
پله اول	$215 < CRI_T \leq 225$	۹۸/۹۵	۸۳۵/۰۵	۹۸/۹۵	۹۱۰۳۲۰/۶۳
پله دوم	$205 < CRI_T \leq 215$	۱۴۵/۵۶	۷۸۸/۴۳	۴۶/۶۲	۱۳۳۹۲۲۷/۹۵
پله سوم	$195 < CRI_T \leq 205$	۱۸۵/۶۶	۷۴۸/۳۴	۴۰/۰۸	۱۷۰۸۰۲۲/۰۹
پله چهارم	$185 < CRI_T \leq 195$	۲۱۵/۳۱	۷۱۸/۶۹	۲۹/۶۵	۱۹۸۰۸۳۲/۶۲
پله پنجم	$175 < CRI_T \leq 185$	۲۳۲/۸۶	۷۰۱/۱۵	۱۷/۵۴	۲۱۴۲۲۲۴/۴۳
پله ششم	$165 < CRI_T \leq 175$	۲۴۶/۷۱	۶۸۷/۲۹	۱۳/۸۶	۲۲۶۹۷۳۲
پله هفتم	$156 < CRI_T \leq 165$	۲۵۱/۱	۶۸۲/۹	۴/۳۹	۲۳۱۰۱۲۰
پله هشتم	$CRI_T \leq 156$	۴۳۴	۵۰۰	۱۸۲/۹	۳۹۹۲۸۰۰

منبع: یافته‌های تحقیق

غرامت پرداختی (۱۰۰۰ ریال)



نمودار (۱) تابع غرامت پلکانی عملکرد جو دیم

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

با توجه به تجربه‌های موفق کشورهای در حال توسعه در اجرای بیمه شاخص آب و هوایی، انتظار بر این است که صندوق بیمه محصولات کشاورزی در آینده نه چندان دور در این مسیر حرکت کند؛ لذا در این تحقیق سعی شده بیمه شاخص آب و هوای جو دیم در شهرستان اهر طراحی شود. با توجه به ویژگی‌های انعطاف‌پذیر توابع مفصل تاکی شکل در تبیین ساختار وابستگی سه نوع متفاوت این مفصل‌ها برای تعریف تابع «توزیع توأم» عملکرد و متغیرهای آب و هوایی مورد استفاده قرار گرفت. در نهایت بهترین الگو یعنی R-vine با توجه به نتایج آزمون وونگ و کلارک و همچنین بیشترین همبستگی، انتخاب شد. سپس از این الگو در محاسبه خسارت مورد انتظار برای تعیین حق بیمه و غرامت پرداختی استفاده شد.

نتایج به دست آمده از حق بیمه محاسبه شده در این طرح کمتر از طرح سنتی بیمه عوامل خطر عمومی و خشکسالی (یعنی ۵۹۰ هزار ریال) است. پایین بودن حق بیمه در این طرح خود عاملی مثبت در جذب زارعین به این طرح بیمه‌ای می‌باشد. از سویی نزدیک به ۸۰ درصد حق بیمه طرح سنتی را دولت می‌پردازد که پایین بودن حق بیمه این طرح می‌تواند بسیاری از هزینه‌های دولت را کاهش دهد و این امکان را فراهم آورد که دولت در دیگر زمینه‌های زیربنایی کشاورزی سرمایه‌گذاری کند. نتایج طراحی تابع غرامت نیز نشان داد که به ازای هر ۱۰ میلی‌متر کاهش در بارش تجمعی کل دوره، کاهش عملکرد خطی و ثابت نیست؛ لذا، استفاده از روش پلکانی همان‌گونه که راثو (۲۰۱۰) پیشنهاد داد، می‌تواند تقریبی برای پرداخت غیرخطی باشد و از پرداخت بیش از حد و کمتر از حد غرامت جلوگیری نماید. البته همان‌گونه که بوکوشوا (۲۰۱۰) توصیه نمود، به منظور افزایش دقت برآورد خسارت لازم است پایلوت‌هایی در هر مزرعه تعبیه نمود و داده‌های روزانه آب و هوایی، رشد عملکرد و میزان وابستگی آن‌ها را ثبت کرد. مزارعی که برای پایلوت‌گذاری انتخاب می‌گردند، باید مدیرانی در بالاترین سطح بهره‌وری داشته باشند و افت عملکرد آن‌ها تقریباً به صورت کامل ناشی از شرایط نامساعد آب و هوایی باشد. عملیاتی کردن این سیستم بیمه‌ای هرچند هزینه‌های اولیه زیادی در زمینه تعبیه پایلوت به بار می‌آورد، ولی نمی‌توان از منافع بلندمدت آن در کاهش هزینه‌های اجرایی ناشی از اطلاعات نامتقارن چشم پوشی کرد. برای اجرای موفقیت آمیز این طرح لازم است تجربه‌های کشورهای دیگر به‌ویژه کشورهای در حال توسعه برای

## مقایسه انواع مختلف توابع...۴۷

طراحی تابع غرامت و چگونگی پرداخت خسارت مورد بررسی کارشناسانه قرار گیرد و این تجربه‌ها در نمونه‌های کوچک در کشور اجرا شود و در صورت موفقیت به کل کشور تعمیم داده شوند. تعیین ساختار وابستگی بین متغیرهای آب و هوایی و عملکرد محصول در محاسبه درست حق بیمه و غرامت پرداختی نقش به‌سزایی دارد بنابراین استفاده از روش‌هایی که دقت و انعطاف اندازه‌گیری تابع توزیع توأم را افزایش می‌دهد (مانند مفصل تاکی شکل فضایی) توصیه می‌شود. از طرفی شرایط آب و هوایی در طول زمان دچار تغییر می‌شود و از یک منطقه به منطقه دیگر متغیر است؛ لذا برای کاهش ریسک پایه لازم است این مطالعات هر چند سال یکبار برای یک منطقه تکرار و مناطق همگن از نظر شرایط آب و هوایی در این طرح گنجانده شود.

## منابع

افقی ر، کیانی راد ع و عزیزنصیری س، ۱۳۹۰. بیمه کشاورزی بر پایه شاخص‌های آب و هوایی ابزاری کارآمد در مدیریت ریسک کشاورزی در ایران. بیمه کشاورزی، سال هشتم، شماره ۲۹ و ۳۰، صفحات ۲۵ تا ۵۱.

پیش‌بهار ا، عابدی س، دشتی ق و کیانی‌راد ع، ۱۳۹۴. محاسبه حق بیمه شاخص‌های آب و هوایی گندم دیم میانه: کاربرد رهیافت تابع مفصل تاکی شکل قابل رسم (دی واین کاپیولا). اقتصاد کشاورزی، جلد ۹، شماره ۳، صفحات ۶۲-۳۷.

صندوق بیمه محصولات کشاورزی، ۱۳۹۴. گزارش عملکرد صندوق بیمه محصولات کشاورزی طی سال‌های اخیر. گروه خدمات مدیریت و برنامه ریزی.

نور محمدی ق، سیادت ع و کاشانی ع، ۱۳۸۴. زراعت (غلات). چاپ ششم، جلد اول، انتشارات دانشگاه شهید چمران.

وزارت جهاد کشاورزی، ۱۳۹۳. مرکز آمار و اطلاعات، بانک هزینه تولید محصولات زراعی.

Aas K, Czado C, Frigessi A and Bakken H, 2009. Pair-copula constructions of multiple dependence. *Insurance: Mathematics and Economics*, 44: 182-198.

Aziznasiri S, 2011. Weather-Based crop insurance as a viable instrument for agricultural risk management in Iran. Master of Science thesis, Allameh Tabatabaib University, E.C.O. College of Insurance.

Barnett BJ and Mahul O, 2007. Weather index insurance for agriculture and rural area in lower-income countries. *American Journal of Agricultural Economics*, 89:1241-1247.

- Bastianin A, 2009. Modelling asymmetric dependence using copula functions: An application to Value- at- Risk in the energy sector. FEEM Working Paper.
- Beatriz V, Mendes M, Eduardo F, Melo L.de and Nelsen R, 2005. Robust fits FOR copula models. UFRJ/COPPEAD.
- Bedford T and Cooke RM, 2001. Probability density decomposition for conditionally dependent random variables modeled by vines. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 32:245–268.
- Bedford T and Cooke RM, 2002. Vines: A new graphical model for dependent random variables. *Annals of Statistics* 30: 1031–1068.
- Bokusheva R, 2010. Measuring the dependence structure between yield and weather variables. ETH Zurich, Institute for Environmental Decisions.
- Brechmann EC, Czado C and Aas K, 2010. Truncated regular vines and their applications. *Canadian Journal of Statistics*, 40(1 ): 68–85.
- Brechmann EC and Czado C, 2011. Risk management with high-dimensional vine copulas: An analysis of the Euro Stoxx 50. Submitted for publication.
- Brechmann EC and Schepsmeier U, 2012. Modeling dependence with C- and D-vine copulas: The R-package CDVine. To appear in the Journal of Statistical Software.
- Czado C, Brechmann EC and Gruber L, 2014. Selection of vine copulas. Technische Universitat Munchen.
- Dißmann J, Brechmann EC, Czado C and Kurowicka D, 2013. Selecting and estimating regular vine copulae and application to financial returns. *Computational Statistics & Data Analysis*. 59: 52–69.
- Fischer M, 2002. Tailoring copula-based multivariate generalized hyperbolic secant distributions to financial return data: An empirical investigation. Institute of Statistics and Econometrics University of Erlangen- Nurnberg, Lange Gasse 20, D-90403 Nurnberg, Germany.
- Galambos J, 1987. The asymptotic theory of extreme order statistics. Malabar FL.: Kreiger Publishing Co.
- Goodwin BK, 2012. Copula-based models of systemic risk in US. agriculture: implications for crop insurance and reinsurance contracts. The NBER conference on Insurance Markets and Catastrophe Risk in Boston.
- Karuaihe RN, Wang HH and Young DL, 2006. Weather-based crop insurance contracts for African Countries. Contributed paper prepared for presentation at the International Association of Agricultural Economists Conference.
- Rao KN, 2010. Index based crop insurance. International Conference on Agricultural Risk and Food Security 2010. Available online at [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)

#### مقایسه انواع مختلف توابع... ۴۹

- Skees JR, Gober S, Varangis P, Lester R and Kalavakonda V, 2001. Developing rainfall-based index insurance in Morocco. Policy Research Working Paper 2577. World Bank.
- The World Bank, 2009. Index-based crop insurance in Senegal. The World Bank, Sustainable Development, Africa Region Finance and Private Sector Development.
- Turvey C and Belltawn BC, 2009. Weather risk and the viability of weather insurance in western China. Conference of the American Agricultural Economics Association, Milwaukee, Wisconsin.
- Varangis P, Skees J and Barnett B, 2002. Financial risk management with weather hedges in weather indexes for developing countries. *World Bank, chapter. 16: 280-292.*
- Zhu Y, Ghosh S and Goodwin B, 2008. Modeling dependence in the design of whole farm insurance contract a copula-based approach. *Contributed paper at the Annual Meeting of the AAEA, Orlando, USA, July 27-29.*